ΦΥΣΙΚΗ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

6ο ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ (Επαναληπτικό) – ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1α. (β) Α1β. (δ)
Α2α. (δ) Α2β. (β)
Α3α. (α) Α3β. (α)
Α4α. (α) Α4β. (β)
Α5. α. Σ β. Λ γ. Λ δ. Λ ε. Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Σωστή απάντηση είναι η β.

Από το διάγραμμα προκύπτει ότι

T_δ = 1,5s - 0,5s = 1s , άρα $f_\delta = |f_1 - f_2| = \dfrac{1}{T_\delta} \Rightarrow f_1 - f_2 = 1\text{Hz}$, (1)

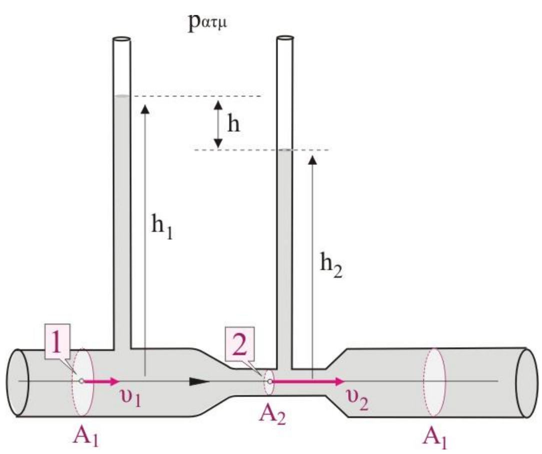
Αφού σε χρονικό διάστημα ίσο με Δt=0,5s το σώμα διέρχεται 100 φορές από τη θέση ισορροπίας του, σε χρονικό διάστημα 1s διέρχεται 200 φορές από τη θέση ισορροπίας του. Σε μια ταλάντωση το σώμα περνά δύο φορές ανά περίοδο από τη θέση ισορροπίας του, άρα η συχνότητα της σύνθετης ταλάντωσης είναι f=100Hz.
Όμως, η σύνθεση ταλαντώσεων με παραπλήσιες συχνότητες οδηγεί σε ταλάντωση με συχνότητα

$$f = \frac{f_1 + f_2}{2} = \bar{f}$$

Άρα, $\dfrac{f_1 + f_2}{2} = 100\text{Hz} \Rightarrow f_1 + f_2 = 200\text{Hz}$, (2)

Από τις σχέσεις (1), (2) προκύπτει f_1=100,5Hz και f_2=99,5Hz. Άρα, σωστή είναι η επιλογή β.

Β2. Σωστή απάντηση είναι η α.
Εφαρμόζουμε την εξίσωση του Bernoulli για τα σημεία 1 και 2 της ίδιας οριζόντιας ρευματικής γραμμής.



$$p_1 + \frac{1}{2}\rho\upsilon_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho\upsilon_2^2 \qquad (1)$$

όπου $p_1 = \rho g h_1 + p_{ατμ}$, (2) και

$p_2 = \rho g h_2 + p_{ατμ}$, (3)

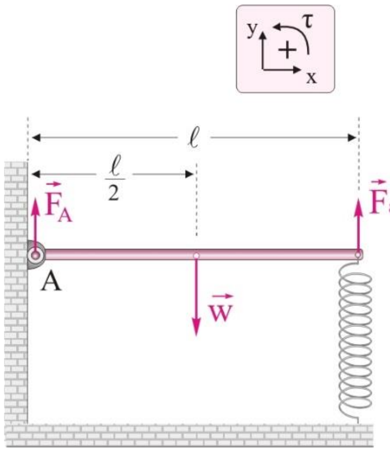
Αντικαθιστώντας τις (2), (3) στην (1) παίρνουμε

$$\rho g h_1 + p_{\alpha\tau\mu} + \frac{1}{2}\rho \upsilon_1^2 = \rho g h_2 + p_{\alpha\tau\mu} + \frac{1}{2}\rho \upsilon_2^2 \quad \text{ή} \quad \rho g(h_1 - h_2) = \frac{1}{2}\rho\left(\upsilon_2^2 - \upsilon_1^2\right) \quad \text{ή}$$

$$2gh = \upsilon_2^2 - \upsilon_1^2 \quad \text{ή} \quad h = \frac{\upsilon_2^2 - \upsilon_1^2}{2g}$$

Παρατηρούμε ότι η υψομετρική διαφορά h της στάθμης του υγρού στους κατακόρυφους ανοικτούς σωλήνες είναι ανεξάρτητη της πυκνότητας του υγρού. Επίσης, η παροχή διατηρείται σταθερή, οπότε οι ταχύτητες υ_1, υ_2 είναι ίδιες. Άρα, $h' = h$.

Β3. Σωστή απάντηση είναι η α.



Το σύστημα ισορροπεί, άρα θα ισχύει
$\Sigma F_y = 0$ και $\Sigma\tau_{(A)} = 0$.
Η πρώτη σχέση δίνει
$F_A + F_{\varepsilon\lambda} - w = 0$ ή $F_A + F_{\varepsilon\lambda} = w$ (1)
και η δεύτερη σχέση ισορροπίας δίνει

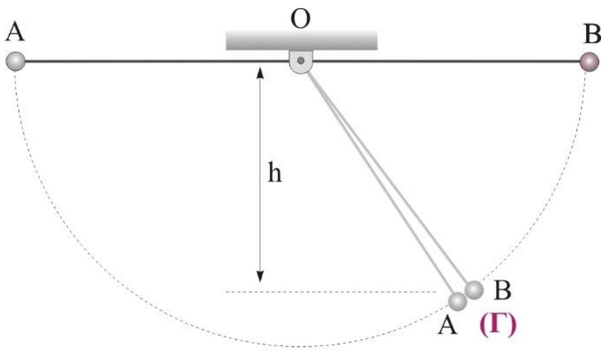
$$\tau_{F_{\varepsilon\lambda}(A)} + \tau_{w(A)} = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} \cdot \ell - w \cdot \frac{\ell}{2} = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = \frac{w}{2}.$$

Με αντικατάσταση στη σχέση (1) έχουμε:

$F_A + \frac{w}{2} = w \Rightarrow F_A = \frac{w}{2}$, δηλαδή $F_{\varepsilon\lambda} = F_A$.

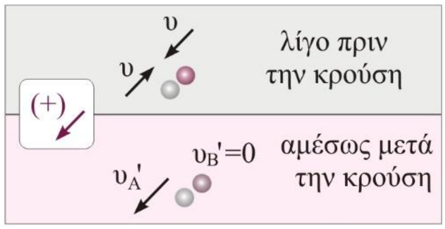
Άρα, σωστή απάντηση είναι η α.

Β4. Σωστή απάντηση είναι η γ .



Τα σφαιρίδια από τη θέση ελευθέρωσης μέχρι της θέση σύγκρουσης κινούνται υπό την επίδραση των δυνάμεων του βάρους και της τάσης του νήματος. Επειδή έχουν την ίδια κατακόρυφη μετατόπιση, h, το έργο του βάρους είναι ίδιο. Το έργο της τάσης του νήματος είναι μηδέν, γιατί η τάση T είναι διαρκώς κάθετη προς την μετατόπιση.

Με εφαρμογή του θεωρήματος έργου ενέργειας για κάθε σφαιρίδιο μεταξύ των δύο θέσεων προκύπτει ότι οι ταχύτητές τους θα έχουν ίδιο μέτρο.



$$K_\Gamma - K_A = W_w \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}m\upsilon^2 - 0 = mgh \quad \text{ή}$$

$$\upsilon = \sqrt{2gh}$$

Το σφαιρίδιο Β αμέσως μετά την κεντρική και ελαστική σύγκρουση ακινητοποιείται στιγμιαία ($\upsilon_B' = 0$). Εφαρμόζουμε τη σχέση της κεντρικής και ελαστικής κρούσης για το σφαιρίδιο Β και παίρνουμε:

$$\upsilon_B' = 0 \Rightarrow \frac{m_B - m_A}{m_B + m_A}\upsilon_B + \frac{2m_A}{m_B + m_A}\upsilon_A = 0 \Rightarrow \frac{m_B - m_A}{m_B + m_A}(\upsilon) + \frac{2m_A}{m_B + m_A}(-\upsilon) = 0 \quad \text{ή}$$

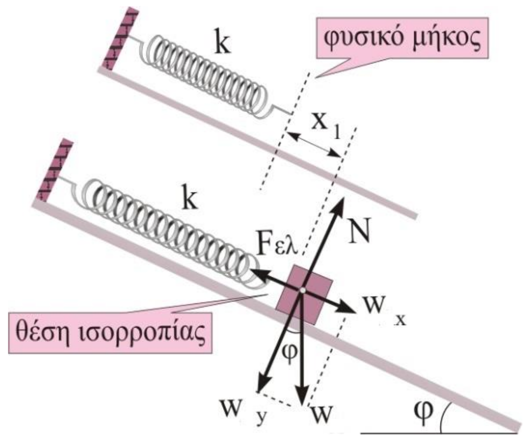
$$m_B - m_A = 2m_A \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{1}{3}$$

Άρα, σωστή είναι η γ.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου δίνεται από τη σχέση $U_{ελ} = \frac{1}{2}kx^2$, (1)

όπου x η παραμόρφωσή του από το φυσικό του μήκος.



Στη θέση ισορροπίας, το σώμα ισορροπεί με την επίδραση του βάρους, της δύναμης στήριξης από το πλάγιο επίπεδο και της δύναμης του ελατηρίου. Μετά την ανάλυση του βάρους σε δύο κάθετες συνιστώσες έχουμε

$$\Sigma F_X = 0 \Rightarrow w_x = F_{ελ} \Rightarrow mg \cdot ημφ = kx_1 \Rightarrow$$

$$x_1 = \frac{mg \cdot ημ30^0}{k} \Rightarrow x_1 = \frac{2kg \cdot 10\frac{m}{s^2} \cdot 0,5}{100\frac{N}{m}} \Rightarrow$$

$$x_1 = 0,1m.$$

Με αντικατάσταση στη σχέση (1) βρίσκουμε τη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου

$$U_{ελ} = \frac{1}{2}kx_1^2 \Rightarrow U_{ελ} = \frac{1}{2} \cdot 100\frac{N}{m} \cdot (0,1m)^2 \Rightarrow U_{ελ} = 0,5J.$$

Γ2. Η δύναμη του ελατηρίου δίνεται από τη σχέση $F_{ελ} = -kx$, δηλαδή το μέτρο της είναι ανάλογο της επιμήκυνσης του ελατηρίου από τη θέση φυσικού του μήκους.
Αφού απομακρύνουμε το σώμα μέχρι τη θέση που διπλασιάζεται το μέτρο της δύναμης ελατηρίου, θα διπλασιάζεται και η επιμήκυνσή του και θα γίνει $2x_1$. Κατά συνέπεια η θέση του σώματος θα είναι $x=x_1$ κάτω από τη θέση ισορροπίας. Το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος βρίσκεται με εφαρμογή της αρχής διατήρησης της ενέργειας για την ταλάντωση του σώματος

$$E = K + U \Rightarrow \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}mυ_1^2 + \frac{1}{2}kx_1^2 \Rightarrow A = \sqrt{\frac{mυ_1^2}{k} + x_1^2} \Rightarrow$$

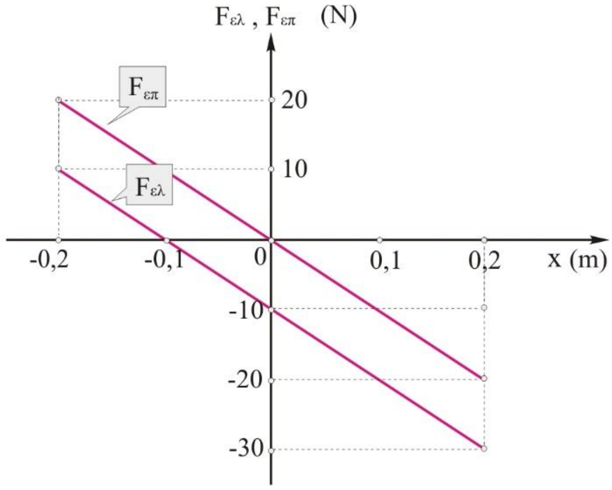
$$A = \sqrt{\frac{2kg \cdot \left(\sqrt{\frac{3}{2}}\frac{m}{s}\right)^2}{100\frac{N}{m}} + (0,1m)^2} \Rightarrow A = 0,2m.$$

Γ3. Η δύναμη επαναφοράς σε συνάρτηση με την απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας δίνεται από τη σχέση

$$F_{\varepsilon\pi} = -kx = -100x \quad (S.I.)$$
$$-0,2m \le x \le 0,2m \qquad (2)$$

Η δύναμη του ελατηρίου σε συνάρτηση με την απομάκρυνση, x, του σώματος από τη θέση ισορροπίας δίνεται από τη σχέση

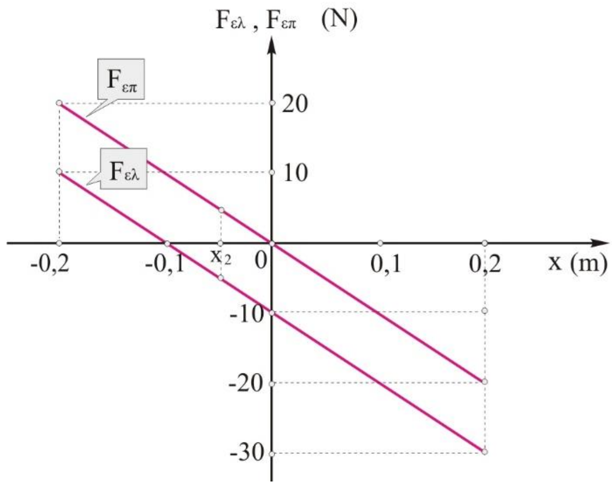
$$F_{\varepsilon\lambda} = -k(x + x_1) = -100(x + 0,1) \Rightarrow$$
$$F_{\varepsilon\lambda} = -100x - 10 \quad (S.I)$$
$$-0,2m \le x \le 0,2m \quad (3)$$



Τα διαγράμματα των δύο αυτών σχέσεων φαίνονται στο κοινό, αριθμημένο, ορθογώνιο σύστημα αξόνων.

Γ4. Από το διάγραμμα του προηγούμενου ερωτήματος προκύπτει ότι τα μέτρα των δύο δυνάμεων είναι ίσα στην απομάκρυνση x_2, όπου οι δύο δυνάμεις έχουν αντίθετες αλγεβρικές τιμές.

$$F_{\varepsilon\lambda} = -F_{\varepsilon\pi} \Rightarrow$$
$$-100x_2 - 10 = 100x_2 \Rightarrow$$
$$200x_2 = -10 \Rightarrow x_2 = -0,05m.$$



Οι δύο δυνάμεις θα έχουν ίδιο μέτρο στη θέση που είναι 0,05 m πάνω από τη θέση ισορροπίας και 0,05m κάτω από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου.
Για να υπολογίσουμε τη χρονική στιγμή που το σώμα θα περάσει για πρώτη φορά από τη θέση x=-0,05 m, πρέπει πρώτα να υπολογίσουμε την σχέση απομάκρυνσης -χρόνου για την ταλάντωση.
Τη χρονική στιγμή t=0, που εκτοξεύουμε το σώμα προς τα κάτω, βρίσκεται στη θέση $x_1 = 0,1m$, με ταχύτητα θετική. Θα υπολογίσουμε την αρχική φάση

$$x_1 = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow 0,1 = 0,2\eta\mu\varphi_0 \Rightarrow \eta\mu\varphi_0 = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi_0 = \left(\frac{\pi}{6} + 2\kappa\pi\right)\text{rad} \;\; \text{ή} \;\; \varphi_0 = \left(\frac{5\pi}{6} + 2\kappa\pi\right)\text{rad}$$

Δεκτή κάνουμε ως αρχική φάση την $\varphi_0 = \frac{\pi}{6}\,\text{rad}$, γιατί η ταχύτητά του είναι θετική και πρέπει $0 < \varphi_0 < 2\pi$.

Η γωνιακή συχνότητα ω προκύπτει από τη σχέση

$$D = k = m\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{100\frac{N}{m}}{2kg}} \Rightarrow \omega = 5\sqrt{2}\,\frac{rad}{s}.$$

Η εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος είναι

$$x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow x = 0,2\eta\mu(5\sqrt{2}t + \frac{\pi}{6}) \qquad (S.I.)$$

Για να υπολογίσουμε τη χρονική στιγμή που το σώμα θα βρεθεί για πρώτη φορά στη θέση x=-0,05 m, λύνουμε την τριγωνομετρική εξίσωση

$$-0,05 = 0,2\eta\mu(5\sqrt{2}t + \frac{\pi}{6}) \Rightarrow \eta\mu(5\sqrt{2}t + \frac{\pi}{6}) = -\frac{1}{4} = \eta\mu\left(-\frac{\pi}{12}\right) \Rightarrow$$

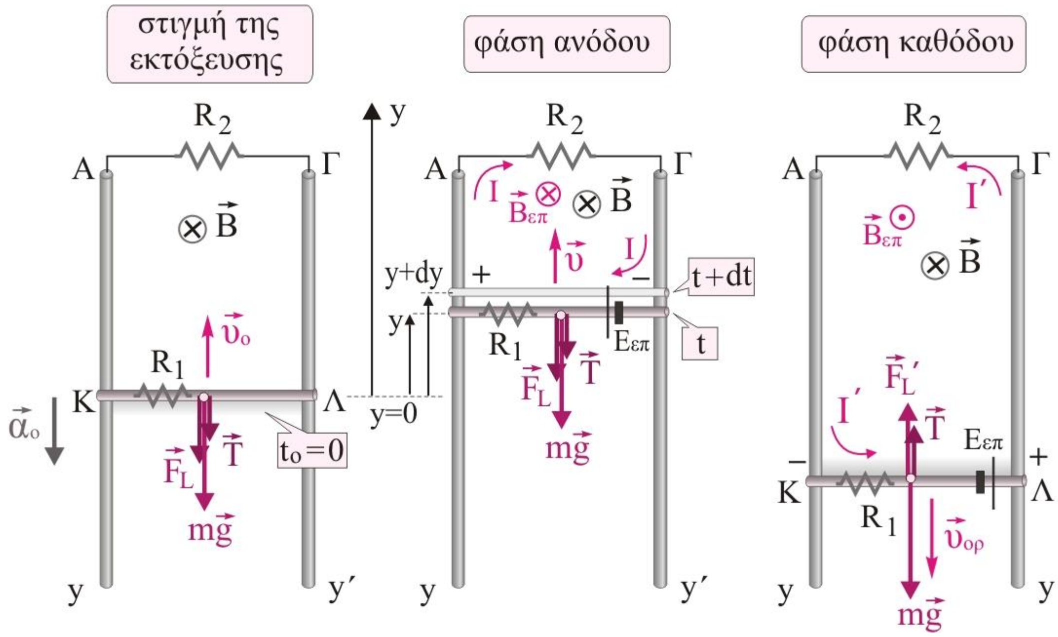
$$5\sqrt{2}t + \frac{\pi}{6} = \left\{\begin{array}{l} 2\kappa\pi - \frac{\pi}{12} \\ \acute{\eta}\ \ 2\kappa\pi + \pi - \left(-\frac{\pi}{12}\right) \end{array}\right\} \Rightarrow 5\sqrt{2}t + \frac{\pi}{6} = \left\{\begin{array}{ll} 2\kappa\pi - \frac{\pi}{12} & (4) \\ \acute{\eta}\ \ 2\kappa\pi + \frac{13\pi}{12} & (5) \end{array}\right\}$$

Όταν το σώμα βρεθεί για πρώτη φορά στη θέση x=-0,05 m θα ανεβαίνει, άρα θα έχει αρνητική ταχύτητα, κατά συνέπεια δεκτή είναι η λύση (5), που έχει αρνητικό συνημίτονο και για κ=0 δίνει

$$5\sqrt{2}t + \frac{\pi}{6} = \frac{13\pi}{12} \Rightarrow 5\sqrt{2}t + \frac{\pi}{6} = \frac{13\pi}{12} \Rightarrow 5\sqrt{2}t = \frac{13\pi}{12} - \frac{\pi}{6} = \frac{11\pi}{12} \Rightarrow t = \frac{11\pi}{12\cdot 5\sqrt{2}} \Rightarrow$$

$$t = \frac{11\pi}{120}\sqrt{2}\,s$$

ΘΕΜΑ Δ



Δ1. Καθώς ο αγωγός ΚΛ κινείται προς τα πάνω, η μαγνητική ροή που διέρχεται από το κύκλωμα ΚΛΓΑΚ μειώνεται. Σύμφωνα με τον νόμο της επαγωγής, θα αναπτυχθεί Η.Ε.Δ. με τέτοια πολικότητα, ώστε το επαγωγικό ρεύμα που θα δημιουργηθεί να τείνει να αυξήσει την μαγνητική ροή, δημιουργώντας στο πλαίσιο δευτερογενές μαγνητικό πεδίο ίδιας φοράς με το αρχικό. Σύμφωνα με τον κανόνα του δεξιού χεριού, το επαγωγικό ρεύμα θα έχει ίδια φορά με αυτό των δεικτών του ρολογιού.

Έστω μια χρονική στιγμή t που ο ΚΛ είναι στη θέση y, όπου η μαγνητική ροή είναι $\Phi_1 = \mathrm{B}\cdot \mathrm{A}_1 = \mathrm{B}\cdot l\cdot (d-y)$

και τη χρονική στιγμή t+dt στη θέση y+dy όπου η μαγνητική ροή είναι

$\Phi_2 = \mathrm{B}\cdot \mathrm{A}_2 = \mathrm{B}\cdot l\cdot [d-(y+dy)]$ και η μεταβολή της $d\Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = -\mathrm{B}\cdot l\cdot dy$

Από το νόμο του Faraday έχουμε: $E_{\varepsilon\pi\alpha\gamma.} = -\dfrac{d\Phi}{dt} = -\dfrac{-\mathrm{B}\cdot l\cdot dy}{dt} = +B\cdot l\cdot \upsilon$, όπου $\upsilon = \dfrac{dy}{dt}$.

Έτσι, αμέσως μετά την εκτόξευση, το κύκλωμα θα διαρρέεται από επαγωγικό ρεύμα που έχει ένταση:

$$I_0 = \frac{E_{\varepsilon\pi\alpha\gamma.}}{R_{o\lambda.}} = \frac{+B\cdot l\cdot \upsilon}{R_1+R_2} = \frac{(1T)\cdot(1m)\cdot(3m/s)}{0,5\Omega+1,5\Omega} \Rightarrow I_0 = 1,5A$$

Δ2. Στον αγωγό ΚΛ θα ασκηθεί δύναμη Laplace, η οποία σύμφωνα με τον κανόνα των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού, έχει φορά προς τα κάτω και μέτρο

$$F_L = BIl = \frac{B^2\cdot l^2\cdot \upsilon}{R_1+R_2}$$

Με αριθμητική αντικατάσταση των δεδομένων αμέσως μετά την εκτόξευση παίρνουμε:

$$F_{L_0} = \frac{(1T)^2\cdot(1m)^2\cdot(3m/s)}{0,5\Omega+1,5\Omega} \Rightarrow F_{L_0} = 1,5N$$

Αμέσως μετά την εκτόξευση (t_o=0) , όλες οι δυνάμεις που ασκούνται στον αγωγό (τριβή Τ , βάρος mg και F_L) αντιτίθενται στην κίνησή του. Με εφαρμογή του θεμελιώδη νόμου της μηχανικής στον αγωγό ΚΛ παίρνουμε:

$$\Sigma F = ma_o \Rightarrow -F_L - T - mg = ma_o \Rightarrow a_o = -\frac{F_L + T + mg}{m} = -\frac{1,5N + 0,5N + 3N}{0,3kg} \Rightarrow$$

$$a_o = -\frac{50}{3} m/s^2$$

Η κίνηση του αγωγού ΚΛ είναι επιβραδυνόμενη μη ομαλά, γιατί η F_L μειώνεται.

Δ3. Η άνοδος του αγωγού είναι μη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση, ο αγωγός κάποια χρονική στιγμή θα σταματήσει στιγμιαία, οπότε μηδενίζεται η δύναμη Laplace και λόγω του βάρους του θα αρχίσει να κατέρχεται. Η τριβή Τ αντιστρέφει τη φορά της κατά την κάθοδο.

Επειδή από το κύκλωμα ΚΛΓΑΚ θα αυξάνεται η μαγνητική ροή, θα αναπτυχθεί ΗΕΔ από επαγωγή και επαγωγικό ρεύμα αντίθετης φοράς από αυτή της ανόδου, δηλαδή η φορά του ρεύματος στο εσωτερικό της ράβδου είναι από το Κ προς το Λ. Έτσι, θα εμφανιστεί πάλι δύναμη Laplace με φορά τώρα προς τα πάνω, και μέτρου $F'_L = \frac{B^2 \cdot l^2 \cdot \upsilon}{R_1 + R_2}$

Το έργο της δύναμης Laplace μετατρέπεται σε ηλεκτρική ενέργεια και στη συνέχεια σε θερμότητα λόγω του φαινομένου Joule.

Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κλειστή διαδρομή από το σημείο εκτόξευσης Ο (y=0), έως την ίδια θέση, όταν επανέρχεται στο σημείο Ο. Οι δυνάμεις που ασκούνται στον αγωγό στη διάρκεια της κίνησης είναι η τριβή Τ , το βάρος mg και η F_L .

Το έργο του βάρους είναι μηδέν, αφού είναι συντηρητική δύναμη.

Το έργο της τριβής είναι: $W_T = -T \cdot s_{ολ.} = -T \cdot 2y_{max.}$

Το έργο της δύναμης Laplace είναι ίσο κατ’ απόλυτη τιμή με τη θερμότητα Joule , άρα $W_{F_L} = -Q_\vartheta = -(|W_T| + 0,2J)$

$$K_{τελ.} - K_{αρχ.} = W_B - |W_T| + W_{F_L} \Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon^2 - \frac{1}{2}m\upsilon_o^2 = 0 - |W_T| - |W_T| - 0,2J$$

$$-0,81J = -2 \cdot |W_T| - 0,2J \Rightarrow |W_T| = 0,305J \Rightarrow T \cdot 2y_{max.} = 0,305J \Rightarrow y_{max.} = 0,305m$$

Δ4. Η κίνηση του αγωγού ΚΛ κατά την κάθοδο θα είναι μη ομαλά επιταχυνόμενη, με αποτέλεσμα να αυξάνεται η ταχύτητα, άρα και το μέτρο της F'_L. Όταν $\Sigma F = 0$, ο αγωγός θα αποκτήσει σταθερή ταχύτητα (οριακή) $\upsilon_{ορ.}$ με την οποία θα κατέρχεται.

Δηλαδή όταν $mg - T - F'_L = 0 \Rightarrow F'_L = 2,5N \Rightarrow B \cdot I' \cdot l = 2,5N \Rightarrow I' = 2,5A$

Όμως $I' = \frac{E'_{επαγ.}}{R_{ολ.}} = \frac{B \cdot l \cdot \upsilon_{ορ.}}{R_1 + R_2} \Rightarrow \upsilon_{ορ.} = \frac{I'(R_1 + R_2)}{B \cdot l} = \frac{(2,5A)\cdot(0,5\Omega + 1,5\Omega)}{1T \cdot 1m} \Rightarrow$

$\upsilon_{op.} = 5m/s$

Δ5. Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας είναι

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dW_{\Sigma F}}{dt} = \frac{\Sigma F \cdot dy}{dt} = \Sigma F \cdot \upsilon = (mg - T - F_L) \cdot \upsilon$$

Πρέπει να βρούμε τις τιμές των μεγεθών F_L, υ , όταν κατά την κάθοδο η ένταση του ρεύματος είναι $I_1 = 2A$.

$$F_L = B \cdot I_1 \cdot l = (1T)(2A)(1m) \Rightarrow F_L = 2N$$

Η ΗΕΔ από επαγωγή θα έχει τιμή $E_{\varepsilon\pi\alpha\gamma.} = I_1 \cdot (R_1 + R_2) = 4V$

Όμως, $E_{\varepsilon\pi\alpha\gamma.} = Bl\upsilon \Rightarrow \upsilon = \dfrac{E_{\varepsilon\pi\alpha\gamma.}}{Bl} = 4m/s$

Με αντικατάσταση παίρνουμε:

$$\frac{dK}{dt} = (mg - T - F_L) \cdot \upsilon = (3N - 0,5N - 2N) \cdot (4m/s) \Rightarrow \frac{dK}{dt} = 2J/s$$

Η εκπόνηση του διαγωνίσματος έγινε με τη βοήθεια Εθελοντών Εκπαιδευτικών:

Τα θέματα επιμελήθηκαν οι **Βασίλειος Ιστάπολος, Πρόδρομος Κορκίζογλου, Παναγιώτης Μπετσάκος, Ηλίας Ποντικός,** Φυσικοί.
Ο επιστημονικός έλεγχος πραγματοποιήθηκε από τον **Παλόγο Αντώνιο.**