

## ΦΥΣΙΚΗ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

### 2<sup>ο</sup> ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ - ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

#### ΘΕΜΑ Α

A1α. γ.

A1β. α.

A2α. β.

A2β. β.

A3α. β.

A3β. α.

A4α. β.

A4β. δ.

A5.

α. Σωστό

β. Λάθος

γ. Σωστό

δ. Λάθος

ε. Σωστό

#### ΘΕΜΑ Β

B1. Σωστή απάντηση είναι η α.

Για να μεταφέρεται η ενέργεια από το δίσκο στο ταλαντούμενο σύστημα με το βέλτιστο τρόπο πρέπει το σύστημα να βρεθεί σε συντονισμό. Άρα:

$$f_{\delta} = f'_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m_{ολ}}} \Rightarrow \frac{\omega_{\delta}}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m_{ολ}}} \Rightarrow \omega_{\delta}^2 = \frac{k}{m_{ολ}} \Rightarrow m_{ολ} = \frac{k}{\omega_{\delta}^2} \Rightarrow m_{ολ} = \frac{200}{100} \text{kg} \Rightarrow m_{ολ} = 2\text{kg}$$

$$M + m = 2\text{kg} \Rightarrow m = 0,8\text{kg}.$$

B2. Σωστή απάντηση είναι η β.

Το έργο της δύναμης αντίστασης είναι ίσο με τη μείωση της ενέργειας ταλάντωσης του συστήματος.

Η αρχική ενέργεια του συστήματος είναι:

$$E_0 = \frac{1}{2} kA^2 \Rightarrow E_0 = \frac{1}{2} 200 \cdot 0,3^2 \text{ J} \Rightarrow E_0 = 9 \text{ J}$$

Την χρονική στιγμή  $t_1$  η ενέργεια του συστήματος είναι:

$$E = K + U = \frac{1}{2}mv^2 + 0 \Rightarrow E = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2^2 \text{ J} \Rightarrow E = 4 \text{ J}$$

Άρα, το έργο της δύναμης αντίστασης είναι:

$$W_{\text{Fαντ}} = -E_{\text{απ}} = E - E_0 \quad \text{ή} \quad W_{\text{Fαντ}} = 4 \text{ J} - 9 \text{ J} \Rightarrow W_{\text{Fαντ}} = -5 \text{ J} .$$

**B3.** Σωστή απάντηση είναι η α.

Το πλάτος της επιτάχυνσης μιας α.α.τ. βρίσκεται από τη σχέση  $\alpha_{\text{max}} = \omega^2 A$ . Πρέπει να βρούμε τα πλάτη, A και τις γωνιακές συχνότητες,  $\omega$ , των δύο ταλαντώσεων.

Και οι δύο ταλαντώσεις ξεκινούν από ακραία θέση, αφού  $u = 0$ , άρα τα πλάτη ταλάντωσης συμπίπτουν με την συμπίεση των ελατηρίων που προκαλούν τα σώματα όταν αυτά βρίσκονται στις θέσεις ισορροπίας, δηλαδή

$$A_1 = \Delta \ell_1 \quad \text{και} \quad A_2 = \Delta \ell_2 .$$

Η θέση ισορροπίας του συστήματος  $k - m$ , είναι μετατοπισμένη από το φυσικό μήκος του ελατηρίου κατά  $\Delta \ell_1$ , για το οποίο ισχύει:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow F_{\text{ελ}(1)} = w_1 \Rightarrow k\Delta \ell_1 = mg \Rightarrow \Delta \ell_1 = \frac{mg}{k}$$

Αντίστοιχα, η θέση ισορροπίας του συστήματος  $k - 4m$ , είναι μετατοπισμένη από το φυσικό μήκος του ελατηρίου κατά  $\Delta \ell_2$ , για το οποίο ισχύει:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow F_{\text{ελ}(2)} = w_2 \Rightarrow k\Delta \ell_2 = 4mg \Rightarrow \Delta \ell_2 = \frac{4mg}{k}$$

Η γωνιακή συχνότητα μιας α.α.τ βρίσκεται από τη σχέση  $D = m\omega^2$ . Επειδή έχουμε σύστημα μάζας ελατηρίου  $D = k$  και η σχέση γίνεται  $k = m\omega^2 \Rightarrow \omega^2 = \frac{k}{m}$ .

Άρα, ο ζητούμενος λόγος γίνεται:

$$\frac{\alpha_{1(\text{max})}}{\alpha_{2(\text{max})}} = \frac{\omega_1^2 A_1}{\omega_2^2 A_2} = \frac{\frac{k}{m} \frac{mg}{k}}{\frac{k}{4m} \frac{4mg}{k}} \Rightarrow \frac{\alpha_{1(\text{max})}}{\alpha_{2(\text{max})}} = 1$$

**B4.** Σωστή απάντηση είναι η β.

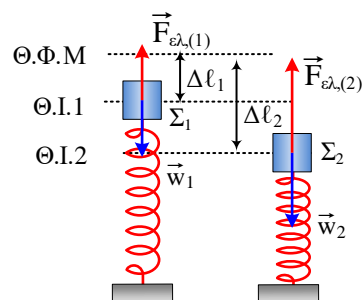
Σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας ισχύει

$$x = x_1 + x_2 \quad (1)$$

Επειδή  $\eta\mu(10t+\pi) = -\eta\mu(10t)$  η σχέση (1) δίνει:

$$x = 4 \eta\mu 10t \text{ (cm)} - 3 \eta\mu 10t \text{ (cm)} \quad \text{ή} \quad x = 1 \eta\mu(10t) \text{ (cm)} . \quad (2)$$

Σύμφωνα με την εκφώνηση τη χρονική στιγμή που μας ενδιαφέρει,  $x_1 = 3 \text{ cm}$ , άρα



$$3 = 4\eta\mu 10t \Rightarrow \eta\mu 10t = \frac{3}{4}$$

Με αντικατάσταση στη σχέση (2) προκύπτει:  $x = 0,75 \text{ cm}$ .

### ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Από το διάγραμμα φαίνεται ότι την χρονική στιγμή  $t = 0$  έχουμε  $x_0 = 0,1 \text{ m}$  και  $v > 0$ , άρα η αρχική φάση βρίσκεται στο 1<sup>ο</sup> τεταρτημόριο του τριγωνομετρικού κύκλου. Το πλάτος της ταλάντωσης είναι  $A = 0,2 \text{ m}$ , οπότε:

$$\eta\mu\varphi_0 = \frac{x_0}{A} = \frac{0,1}{0,2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \varphi_0 = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{6} \\ \varphi_0 = 2\kappa\pi + \frac{5\pi}{6} \end{array} \right\} \xrightarrow{0 \leq \varphi_0 < 2\pi} \begin{array}{l} \varphi_0 = \frac{\pi}{6} \\ \varphi_0 = \frac{5\pi}{6} \end{array}$$

Για  $t = 0$  θέλουμε  $v > 0$ .

$$v = v_{\max} \sigma\upsilon\nu \frac{\pi}{6} > 0$$

$$v = v_{\max} \sigma\upsilon\nu \frac{5\pi}{6} < 0$$

Άρα αποδεκτή λύση είναι η  $\varphi_0 = \frac{\pi}{6}$ .

Από το διάγραμμα φαίνεται επίσης ότι την χρονική στιγμή  $t_1 = \frac{\pi}{12} \text{ s}$  έχουμε  $x_1 = 0$  για πρώτη φορά.

$$x_1 = 0 \Rightarrow A\eta\mu(\omega t_1 + \frac{\pi}{6}) = 0 \Rightarrow \eta\mu(\omega t_1 + \frac{\pi}{6}) = \eta\mu\kappa\pi \Rightarrow \omega t_1 + \frac{\pi}{6} = \kappa\pi \Rightarrow$$

$$\omega \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{6} = \kappa\pi \Rightarrow \omega = 12\kappa - 2 \text{ (S.I.)}$$

Η πρώτη αποδεκτή λύση προκύπτει για  $\kappa=1$  και είναι  $\omega = 10 \text{ rad/s}$ .

$$\text{Άρα, } T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow T = 0,2\pi \text{ s.}$$

Γ2. Η εξίσωση της ταχύτητα είναι

$$v = v_{\max} \sigma\upsilon\nu(\omega t + \varphi_0) = \omega A \sigma\upsilon\nu(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow v = 2 \sigma\upsilon\nu(10t + \frac{\pi}{6}) \text{ (SI)}$$

Με αντικατάσταση  $t=0$  προκύπτει:

$$v_0 = 2 \sigma\upsilon\nu \frac{\pi}{6} \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow v_0 = \sqrt{3} \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Γ3. Για τον ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας έχουμε:

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dW_{\Sigma F}}{dt} \Rightarrow \frac{dK}{dt} = \frac{\Sigma F \cdot dx}{dt} \Rightarrow \frac{dK}{dt} = F_{\epsilon\pi} v \quad (2).$$

Πρέπει να βρούμε την ταχύτητα  $u$ .

Από την Α.Δ.Ε. για την ταλάντωση έχουμε:

$$E = K + U \Rightarrow \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 \Rightarrow kA^2 = mv^2 + kx^2 \Rightarrow v = \pm \sqrt{\frac{k(A^2 - x^2)}{m}} \quad (3)$$

Θα βρούμε την τιμή του  $x$  όταν  $F_{\text{επ}} = 24 \text{ N}$ .

Η σταθερά του ελατηρίου είναι  $k = m\omega^2 \Rightarrow k = 2 \cdot 10^2 \text{ N/m} \Rightarrow k = 200 \text{ N/m}$ .

Από τη σχέση της δύναμη επαναφοράς παίρνουμε:

$$F_{\text{επ}} = -kx \Rightarrow x = \frac{-F_{\text{επ}}}{k} \Rightarrow x = \frac{-24}{200} \text{ m} \Rightarrow x = -0,12 \text{ m}.$$

Με αντικατάσταση στην σχέση (3) προκύπτει:

$$v = \pm \sqrt{\frac{200 \frac{\text{N}}{\text{m}} (0,04\text{m}^2 - 0,0144\text{m}^2)}{2\text{kg}}} \Rightarrow v = \pm 1,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Το σώμα κινείται επιταχυνόμενα, δηλαδή κατευθύνεται προς την Θ.Ι. Βρισκόμενο στον αρνητικό ημιάξονα, άρα  $u > 0$ , οπότε  $u = 1,6 \text{ m/s}$ .

Με αντικατάσταση στη σχέση (2) παίρνουμε:

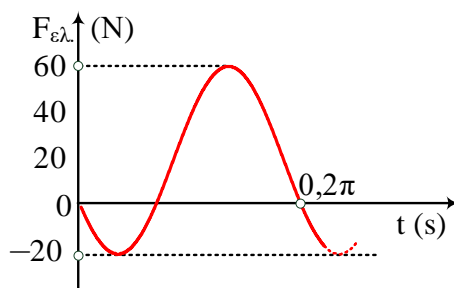
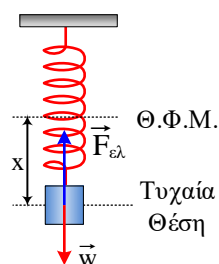
$$\text{Από την (2)} \Rightarrow \frac{dK}{dt} = -200(-0,12)1,6 \frac{\text{J}}{\text{s}} \Rightarrow \frac{dK}{dt} = 38,4 \frac{\text{J}}{\text{s}}$$

**Γ4.** Κάθε χρονική στιγμή ισχύει:

$$\Sigma \vec{F} = -D\vec{x} \Rightarrow F_{\text{ελ}} - w = -kA\eta\mu(\omega t + \phi_0) \Rightarrow F_{\text{ελ}} = w - kA\eta\mu(\omega t + \phi_0) \Rightarrow$$

$$F_{\text{ελ}} = 20 - 40\eta\mu(10t + \frac{\pi}{6}) \text{ (SI)}$$

Η γραφική παράσταση φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα.



### ΘΕΜΑ Δ

**Δ1.** Πριν κόψουμε το νήμα το σώμα ισορροπεί άρα:  $\Sigma \vec{F}_x = 0 \Rightarrow \vec{T} + \vec{F}_{ελ,1} + \vec{w}_{1,x} = 0$  (1)

Η δύναμη  $\vec{T}$  έχει μέτρο 20N και φορά προς την κορυφή του πλάγιου επιπέδου.

Η δύναμη  $\vec{w}_{1,x}$  έχει μέτρο 5N και φορά προς τη βάση του πλάγιου επιπέδου.

Η  $\vec{F}_{ελ,1}$  έχει φορά προς τη βάση του πλάγιου επιπέδου, αφού το ελατήριο είναι συμπιεσμένο.

Η σχέση (1) γίνεται:

$$T = F_{ελ,1} + w_{1,x} \Rightarrow T = k\Delta\ell_1 + m_1 g \eta \mu \varphi \Rightarrow \Delta\ell_1 = \frac{T - m_1 g \eta \mu \varphi}{k} \Rightarrow$$

$$\Delta\ell_1 = \frac{20\text{N} - 1\text{kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,5}{100 \frac{\text{N}}{\text{m}}} \Rightarrow \Delta\ell_1 = 0,15 \text{ m}.$$

Αφού κόψουμε το νήμα, το σώμα εκτελεί ταλάντωση γύρω από θέση ισορροπίας στην οποία το ελατήριο είναι επιμηκυμένο από το φυσικό του μήκος κατά  $\Delta\ell_2$ .

$$\Sigma \vec{F}_x = 0 \Rightarrow \vec{F}_{ελ,2} + \vec{w}_x = 0 \Rightarrow F_{ελ,2} = w_{1,x} \Rightarrow k\Delta\ell_2 = m_1 g \eta \mu \varphi \Rightarrow \Delta\ell_2 = \frac{m_1 g \eta \mu \varphi}{k} \Rightarrow \quad (2)$$

$$\Delta\ell_2 = \frac{1\text{kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,5}{100 \frac{\text{N}}{\text{m}}} \Rightarrow \Delta\ell_2 = 0,05 \text{ m}$$

Το σώμα ξεκινά την ταλάντωση του από ακραία θέση αφού  $u = 0$ , οπότε η αρχική θέση ισορροπίας αποτελεί και άκρο της ταλάντωσης, συνεπώς πλάτος ταλάντωσης είναι:

$$A = \Delta\ell_1 + \Delta\ell_2 \Rightarrow A = 0,2 \text{ m}.$$

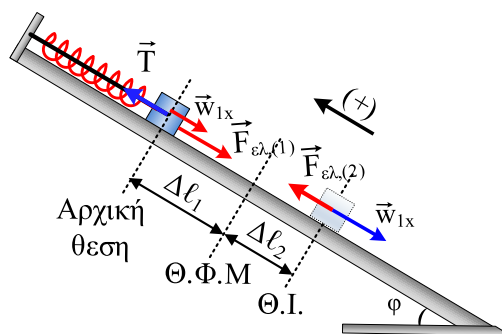
**Δ2.** Η μέγιστη παραμόρφωση που υφίσταται το ελατήριο είναι

$$\Delta\ell_{\max} = \Delta\ell_2 + A = 0,05\text{m} + 0,20\text{m} \quad \text{ή} \quad \Delta\ell_{\max} = 0,25 \text{ m}.$$

$$\frac{K_{\max}}{U_{ελ,\max}} = \frac{U_{\max}}{U_{ελ,\max}} = \frac{\frac{1}{2}kA^2}{\frac{1}{2}k\Delta\ell_{\max}^2} = \frac{A^2}{\Delta\ell_{\max}^2} = \frac{(0,2\text{m})^2}{(0,25\text{m})^2} \Rightarrow \frac{K_{\max}}{U_{ελ,\max}} = 0,64 = \frac{16}{25}$$

**Δ3.**

Για να μείνει το συσσωμάτωμα ακίνητο μετά την κρούση θα πρέπει στη θέση αυτή να ισχύουν ταυτόχρονα:



$$\Sigma \vec{F} = \vec{0} \quad \text{και} \quad \vec{p}_{\text{συσ}} = 0.$$

Η προσθήκη του σώματος  $\Sigma_2$  προκάλεσε πρόσθετη επιμήκυνση του ελατηρίου κατά  $x_1$ , η οποία θα προσδιοριστεί από τη συνθήκη ισορροπίας στη θέση αυτή. Έτσι, υπολογίζοντας την πρόσθετη επιμήκυνση  $x_1$  του ελατηρίου βρίσκουμε σε ποια θέση της ταλάντωσης έγινε η κρούση και στη συνέχεια εφαρμόζοντας τη διατήρηση της ενέργειας στην ταλάντωση θα βρούμε την ταχύτητα του σώματος  $\Sigma_1$  πριν την κρούση.

$$\Sigma \vec{F}_x = 0 \Rightarrow \vec{F}_{\epsilon\lambda,3} + \vec{w}_{\omega\lambda,x} = 0 \Rightarrow F_{\epsilon\lambda,3} = w_{\omega\lambda,x} \Rightarrow k(\Delta\ell_2 + x_1) = (m_1 + m_2)g\eta\mu\phi \Rightarrow$$

$$k\Delta\ell_2 + kx_1 = m_1g\eta\mu\phi + m_2g\eta\mu\phi \stackrel{(1)}{\Rightarrow} kx_1 = m_2g\eta\mu\phi \Rightarrow x_1 = \frac{m_2g\eta\mu\phi}{k} \Rightarrow x_1 = \frac{2,4\text{kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,5}{100 \frac{\text{N}}{\text{m}}} \Rightarrow$$

$$x_1 = 0,12\text{m}.$$

Εφαρμόζουμε τη διατήρηση της ενέργειας για την ταλάντωση του  $\Sigma_1$  για να βρούμε το μέτρο της ταχύτητας  $v_1$ .

$$E = K + U \Rightarrow \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}kx_1^2 \Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{k(A^2 - x_1^2)}{m_1}} \Rightarrow$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{100 \frac{\text{N}}{\text{m}} \left( (0,2\text{m})^2 - (0,12\text{m})^2 \right)}{1\text{kg}}} \Rightarrow v_1 = 1,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

**Δ4.** Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. για την πλαστική κρούση με θετική την φορά προς τα πάνω.

Για να είναι  $\vec{p}_{\text{συσ}} = 0$ , πρέπει το σώμα  $\Sigma_1$  πριν την κρούση να κατέρχεται ώστε τα σώματα να έχουν αντίθετες ορμές.

$$\vec{p}_{\text{αρχ}} = \vec{p}_{\text{τελ}} \Rightarrow \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{0} \Rightarrow -m_1v_1 + m_2v_2 = 0 \Rightarrow v_2 = \frac{m_1v_1}{m_2} \Rightarrow v_2 = \frac{1\text{kg} \cdot 1,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2,4\text{kg}} \Rightarrow v_2 = \frac{2}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. για το  $\Sigma_2$  από την στιγμή της εκτόξευσης του μέχρι ελάχιστα πριν την κρούση.

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = \Sigma W \Rightarrow \frac{1}{2}m_2v_2^2 - \frac{1}{2}m_2v_0^2 = -m_2g\eta\mu\phi \cdot s \Rightarrow \frac{1}{2}v_2^2 - \frac{1}{2}v_0^2 = -g \frac{1}{2}s \Rightarrow v_2^2 - v_0^2 = -gs \Rightarrow$$

$$s = \frac{v_0^2 - v_2^2}{g} \Rightarrow s = \frac{\left(\frac{7}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 - \left(\frac{2}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \Rightarrow s = 0,5\text{m}$$

Τα θέματα επιμελήθηκε ο **Δουκατζής Βασίλειος, Φυσικός.**

Ο επιστημονικός έλεγχος πραγματοποιήθηκε από τον **Παλόγο Αντώνιο, Φυσικό.**