Διαγώνισμα Φυσικής Γ' Λυκείου
Κρούσεις – Ταλαντώσεις – Κύματα
~~ Λύσεις ~~

Θέμα Α'

1) δ
2) α
3) γ
4) β
5) Σ, Λ, Λ, Σ, Λ

Θέμα Β'

1) i. $\Delta\varphi = \omega t + \frac{\pi}{3} - \left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\pi}{2}\ rad$

Η συνισταμένη ταλάντωση έχει πλάτος:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{2}} = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$$

Άρα: $A^2 = A_1^2 + A_2^2$ και πολλαπλασιάζοντας με $\frac{1}{2}D$, προκύπτει:

$$\frac{1}{2}DA^2 = \frac{1}{2}DA_1^2 + \frac{1}{2}DA_2^2 \quad ή \quad E = E_1 + E_2$$

Άρα σωστή απάντηση είναι η (β).

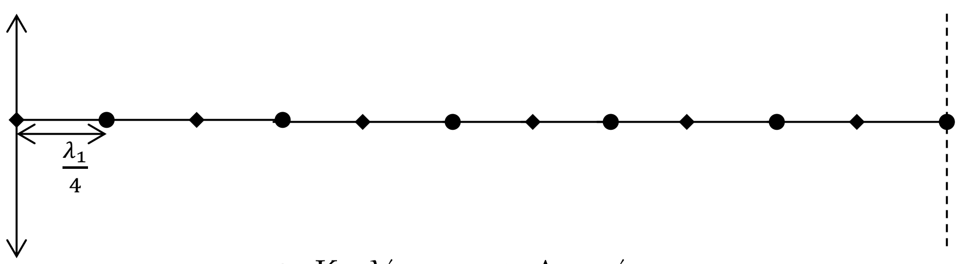
ii. Ισχύει ότι: $x = A\eta\mu(\varphi_2 + \theta) = A\eta\mu\left(\omega t - \frac{\pi}{6} + \theta\right) = A\eta\mu\omega t$

Συνεπώς θα ισχύει ότι: $\theta = \frac{\pi}{6}\ rad$

$\varepsilon\varphi\theta = \frac{A_1\eta\mu\Delta\varphi}{A_2 + A_1\sigma\upsilon\nu\Delta\varphi}$ ή $\varepsilon\varphi\frac{\pi}{6} = \frac{A_1\eta\mu\frac{\pi}{2}}{A_2 + A_1\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{2}}$ ή $\frac{A_1}{A_2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ή $\frac{A_2}{A_1} = \sqrt{3}$

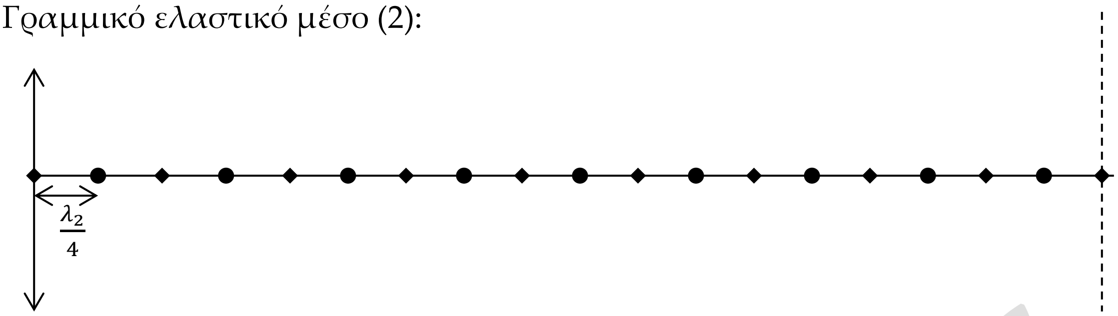
Άρα σωστή απάντηση είναι η (β).

2) Γραμμικό ελαστικό μέσο (1):



● Κοιλία ◆ Δεσμός

Γραμμικό ελαστικό μέσο (2):



Τα κύματα διαδίδονται σε ελαστικά μέσα του ίδιου υλικού, συνεπώς θα ισχύει ότι η ταχύτητα διάδοσης είναι η ίδια.

Επίσης για τα μήκη τους ισχύει ότι :

$$L_2 = 2L_1 \quad ή \quad \frac{18\lambda_2}{4} = 2\frac{11\lambda_1}{4} \quad ή \quad 9\lambda_2 = 11\lambda_1 \quad ή \quad 9\frac{\upsilon_\delta}{f_2} = 11\frac{\upsilon_\delta}{f_1} \quad ή$$

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{11}{9}$$

Άρα σωστή απάντηση είναι η (α).

3) Τα σφαιρίδια αφήνονται από το ίδιο ύψος και όταν φτάσουν στο σημείο κρούσης θα έχουν ταχύτητες ίδιου μέτρου υ, που θα υπολογιστεί με ΘΜΚΕ.

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_w \quad ή \quad \frac{1}{2}m\upsilon^2 - 0 = mgh \quad ή \quad \upsilon = \sqrt{2gh} \qquad (1)$$

Το σφαιρίδιο Σ_A, μετά την κρούση αποκτά ταχύτητα υ'_A και φτάνει σε ύψος 4h. Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ.

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_w \quad ή \quad 0 - \frac{1}{2}m\upsilon_A'^2 = -4mgh \quad ή \quad \upsilon'_A = 2\sqrt{2gh} \qquad (2)$$

Συγκρίνοντας τις (1) και (2) παρατηρούμε ότι $\upsilon'_A = 2\upsilon$ (3).

Η κρούση είναι κεντρική και ελαστική, οπότε η σφαίρα Α θα κινηθεί με ταχύτητα υ'_A για την οποία ισχύει:

$$\upsilon'_A = \frac{m_A - m_B}{m_A + m_B}\upsilon + \frac{2m_B}{m_A + m_B}(-\upsilon) \quad ή \quad \upsilon'_A = \frac{m_A - 3m_B}{m_A + m_B}\upsilon$$

Και με τη βοήθεια της (3), προκύπτει ότι:

$$-2\upsilon = \frac{m_A - 3m_B}{m_A + m_B}\upsilon \quad ή \quad -2(m_A + m_B) = m_A - 3m_B \quad ή \quad \frac{m_A}{m_B} = \frac{1}{3}$$

Άρα σωστή απάντηση είναι η (β).

Θέμα Γ'

α. Η σημαδούρα ξεκινά να ταλαντώνεται όταν φτάσει σε αυτή το κύμα από την κοντινότερη πηγή, δηλαδή την Π1. Άρα:

$$\upsilon_\delta = \frac{r_1}{t_1} \quad ή \quad r_1 = \upsilon_\delta \cdot t_1 = 0{,}8\, m$$

Όταν στη σημαδούρα φτάνει το κύμα από τη δεύτερη πηγή, αρχίζει το φαινόμενο της συμβολής, άρα:

$$\upsilon_\delta = \frac{r_2}{t_2} \quad ή \quad r_2 = \upsilon_\delta \cdot t_2 = 1{,}2\, m$$

β. Αφού το πλάτος διπλασιάζεται μετά την έναρξη της συμβολής, το σημείο Κ θα είναι σημείο ενίσχυσης και θα βρίσκεται συγκεκριμένα στην 1η υπερβολή ενίσχυσης αριστερά της μεσοκαθέτου. Οι αποστάσεις r_1και r_2θα ικανοποιούν τη συνθήκη ενίσχυσης:

$$r_1 - r_2 = N\lambda \ \ \textit{και} \quad \textit{για} \ \ N = -1 \quad , \quad r_1 - r_2 = -1 \cdot \lambda \quad ή \quad \lambda = 0{,}4\, m$$

Επίσης:

$$\upsilon_\delta = \lambda \cdot f \quad ή \quad f = \frac{\upsilon_\delta}{\lambda} = 5\, Hz \quad ή \quad T = \frac{1}{f} = 0{,}2\, s$$

- Μέχρι την άφιξη του κύματος από την Π1 η σημαδούρα δεν ταλαντώνεται και συνεπώς, $y_K = 0$
- Από τη στιγμή $t_1 = 0{,}4\, s$, που φτάνει το κύμα από την Π1 και μέχρι να φτάσει το κύμα από την Π2 την $t_2 = 0{,}6\, s$, η σημαδούρα ταλαντώνεται με την επίδραση του ενός μόνο κύματος, οπότε:

$$y_K = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_1}{\lambda}\right) = \frac{0{,}2}{\pi}\eta\mu(10\pi t - 4\pi)\ (S.I.)$$

- Από τη στιγμή $t_2 = 0{,}6\, s$ και μετά, η σημαδούρα ταλαντώνεται υπό την επίδραση και των δύο κυμάτων, άρα ισχύει:

$$\begin{aligned} y_K &= 2A\sigma\upsilon\nu 2\pi\frac{|r_1 - r_2|}{2\lambda}\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda}\right) \\ &= \frac{0{,}4}{\pi}\sigma\upsilon\nu 2\pi\frac{0{,}4}{0{,}8}\eta\mu 2\pi\left(5t - \frac{2}{0{,}8}\right) \\ &= \frac{0{,}4}{\pi}\sigma\upsilon\nu\pi \cdot \eta\mu 2\pi(5t - 2{,}5) = -\frac{0{,}4}{\pi}\eta\mu(10\pi t - 5\pi) \\ &= \frac{0{,}4}{\pi}\eta\mu(10\pi t - 5\pi + \pi) = \frac{0{,}4}{\pi}\eta\mu(10\pi t - 4\pi)\ \ (S.I.) \end{aligned}$$

γ. Η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης της σημαδούρας παίρνει τη μέγιστη τιμή της για πρώτη φορά όταν το πλάτος της γίνεται μέγιστο για πρώτη φορά. Αυτό συμβαίνει μετά την έναρξη της συμβολής, όταν και παίρνει την τιμή 2Α.

Επομένως, η ζητούμενη στιγμή είναι η:

$$t = t_2 + \frac{T}{4} = 0{,}6 + \frac{0{,}2}{4} = 0{,}65\ s$$

δ. Κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης της σημαδούρας, η συχνότητα που καταγράφει ο ανιχνευτής είναι μεγαλύτερη όταν η σημαδούρα πλησιάζει προς αυτόν. Η συχνότητα αυτή παίρνει τη μέγιστη τιμή της όταν η ταχύτητα της σημαδούρας είναι μέγιστη και η κατεύθυνσή της είναι προς τον ανιχνευτή, όταν δηλαδή διέρχεται από τη ΘΙ κινούμενη προς τα πάνω. Συνεπώς:

$$f_{A(\max)} = \frac{\upsilon_{\eta\chi}}{\upsilon_{\eta\chi} - \upsilon_{K(max)}} f_S \quad \mu\varepsilon \quad \upsilon_{K(max)} = \omega \cdot 2A = 4\frac{m}{s}$$

$$f_{A(\max)} = \frac{340}{340-4} 672 = 680\ Hz$$

Θέμα Δ΄

α. Στη διάρκεια της ταλάντωσης το σώμα διέρχεται από τη ΘΙ κάθε μισή περίοδο άρα με βάση τα δεδομένα, θα είναι $\frac{T}{2} = 0{,}25s$ ή $T = 0{,}5s$

Η κυκλική συχνότητα της ταλάντωσης θα είναι:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0{,}5} = 4\,rad/s$$

Η απόσταση d μεταξύ των ακραίων θέσεων της ταλάντωσης ισούται με 2Α, συνεπώς:

$$d = 2A \text{ ή } A = \frac{d}{2} = \frac{0{,}8}{2} = 0{,}4m$$

Για $t = 0$, $x = 0{,}2\sqrt{3}m$, άρα:

$$x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0)$$

$$0{,}2\sqrt{3} = 0{,}4\eta\mu\varphi_0$$

$$\eta\mu\varphi_0 = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ ή } \eta\mu\varphi_0 = \eta\mu\frac{\pi}{3}$$

$$\varphi_0 = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{3} \text{ ή } \varphi_0 = 2\kappa\pi + \pi - \frac{\pi}{3}$$

$$\Gamma\iota\alpha\ \kappa = 0\text{:}\ \varphi_0 = \frac{\pi}{3}rad \text{ ή } \varphi_0 = \frac{2\pi}{3}rad$$

Γνωρίζουμε επίσης ότι την t=0 επιταχύνεται, άρα κινείται προς τη ΘΙ, οπότε υ<0. Άρα θα πρέπει και $\sigma\upsilon\nu\varphi_0 < 0$.

Άρα δεκτή αρχική φάση είναι: $\varphi_0 = \frac{2\pi}{3}rad$

Τελικά η ζητούμενη εξίσωση είναι:

$$x = 0{,}4\eta\mu\left(4\pi t + \frac{2\pi}{3}\right) \quad (SI)$$

β. Γνωρίζοντας την αλγεβρική τιμή της δύναμης επαναφοράς, υπολογίζουμε την απομάκρυνση από τη ΘΙ:

$$\Sigma F = -Dx \text{ ή } \Sigma F = -kx$$

$$x_1 = -\frac{\Sigma F}{k} = -\frac{(-51{,}2)}{160} = 0{,}32m$$

Εφαρμόζω ΑΔΕΤ για την ταλάντωση τη δεδομένη χρονική στιγμή:

$$E_{\tau\alpha\lambda} = K + U$$

$$\frac{1}{2}DA^2 = \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}Dx_1^2$$

$$m\omega^2A^2 = m\upsilon_1^2 + m\omega^2x_1^2$$

$$\upsilon_1^2 = \omega^2A^2 - \omega^2x_1^2$$

$$\upsilon_1^2 = \omega^2(A^2 - x_1^2)$$

$$\upsilon_1 = \pm\omega\sqrt{A^2 - x_1^2}$$

$$\upsilon_1 = \pm4\pi\sqrt{0{,}4^2 - 0{,}32^2} = \pm4\pi\sqrt{(40\cdot10^{-2})^2 - (32\cdot10^{-2})^2}$$

$$= \pm4\pi\sqrt{(1600 - 1024)\cdot10^{-4}} = \pm4\pi\sqrt{576\cdot10^{-4}}$$

$$= \pm0{,}96\pi \ m/s$$

Και επειδή βρίσκεται σε θέση θετικής απομάκρυνσης και πλησιάζει προς τη ΘΙ, προκύπτει:

$$\upsilon_1 = -0{,}96\pi \ m/s$$

γ. Από τη σταθερά επαναφοράς της αρχικής ταλάντωσης του συστήματος m_1-ελατηρίου, υπολογίζουμε:

$$D = m_1\omega^2$$

$$m_1 = \frac{k}{\omega^2} = \frac{160}{16\pi^2} = 1kg$$

Εφαρμόζω ΑΔΟ για την κρούση του συστήματος των Σ_1-Σ_2:

$$\overrightarrow{p_{o\lambda_{(\alpha\rho\chi)}}} = \overrightarrow{p_{o\lambda_{(\tau\varepsilon\lambda)}}}$$

$$\overrightarrow{p_1} + \overrightarrow{p_2} = \overrightarrow{p_\Sigma}$$

$$p_1 - p_2 = 0$$

Η ορμή του συσσωματώματος ισούται με μηδέν διότι το ποσοστό απώλειας μηχανικής ενέργειας κατά την κρούση είναι 100%, συνεπώς θα έχει μηδενική ταχύτητα.

$$m_2 v_2 - m_1 v_1 = 0$$
$$m_2 v_2 = m_1 v_1$$
$$v_2 = \frac{m_1 v_1}{m_2} = \frac{0{,}96\pi}{0{,}6} = \frac{96\pi}{60} = 1{,}6\pi\ m/s$$

δ. Μετά την κρούση το σύστημα των δύο σωμάτων θα εκτελέσει φθίνουσα ταλάντωση γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας, με αρχικό πλάτος $A_0 = |x_1| = 0{,}32m$. Αυτό συμβαίνει διότι το συσσωμάτωμα δεν έχει ταχύτητα μετά την κρούση, άρα βρίσκεται σε ακραία θέση ταλάντωσης.

Η περίοδος της φθίνουσας ταλάντωσης θα ισούται με την περίοδο της απλής αρμονικής ταλάντωσης του συστήματος των δύο σωμάτων απουσία αποσβέσεων, δηλαδή:

$$T = T'_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m_1 + m_2}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{1 + 0{,}6}{160}} = \frac{\pi}{5}\ s$$

Εφόσον η δύναμη απόσβεσης λόγω αέρα είναι της μορφής $F' = -bv$, το πλάτος ταλάντωσης θα μειώνεται εκθετικά με το χρόνο και συνεπώς για $t = 10T$:

$$A_{10} = A_0 e^{-\Lambda t} = \frac{A_0}{e^{\frac{ln2}{\pi}10\frac{\pi}{5}}} = \frac{A_0}{e^{2ln2}} = \frac{A_0}{e^{ln2^2}} = \frac{A_0}{2^2} = \frac{0{,}32}{4} = 0{,}08m$$

~Οδός Φυσικής~