

## ΦΥΣΙΚΗ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

### 1<sup>ο</sup> ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΚΡΟΥΣΕΙΣ - ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

#### ΘΕΜΑ Α

A1α. γ    A1β. γ

A2α. β    A2β. δ

A3α. β    A3β. δ

A4α. α    A4β. δ

A5. Σ, Λ, Σ, Λ, Σ

#### ΘΕΜΑ Β

B1. Σωστή απάντηση η γ.

$$\text{Ισχύει: } \vec{p}'_1 = \vec{p}'_2 \Rightarrow m_1 v'_1 = m_2 v'_2 \Rightarrow m_1 \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 = m_2 \frac{2m_1 v_1}{m_1 + m_2} \Rightarrow m_1 - m_2 = 2m_2 \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = 3$$

B2. Σωστή απάντηση η α.

Κατά την κρούση ισχύει η Α.Δ.Ο. για το σύστημα των σωμάτων:

$$\vec{p}_{\text{πριν}} = \vec{p}_{\text{μετά}} \Rightarrow \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_{\text{συσ}} \Rightarrow mv - 4mv = 5mV \Rightarrow V = -\frac{3}{5}v$$

Δηλαδή ίδιας φοράς με αυτή του Σ<sub>2</sub> και μέτρου 0,6υ.

Η απώλεια της μηχανικής ενέργειας είναι (δεδομένου ότι  $K = \frac{1}{2}mv^2$ ):

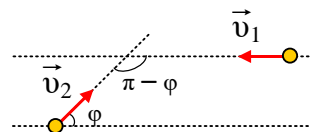
$$E_{\alpha\pi} = E_{M,\alpha\rho\chi} - E_{M,\tau\epsilon\lambda} = K_{\alpha\rho\chi} - K_{\tau\epsilon\lambda} \Rightarrow$$

$$E_{\alpha\pi} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}4mv^2 - \frac{1}{2}5m\left(\frac{3}{5}v\right)^2 = \frac{1}{2}mv^2\left(1 + 4 - \frac{9}{5}\right) \Rightarrow E_{\alpha\pi} = \frac{16}{5}K$$

### B3. Σωστή απάντηση η γ.

Για τα σώματα ισχύει:  $K_1=K_2=K$  και  $m_1=m_2=m$ , άρα και  $u_1=u_2=u$ .

Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. για την κρούση.



Η γωνία που σχηματίζουν οι διευθύνσεις των ορμών των

δύο σωμάτων είναι  $180^\circ - \varphi$ .

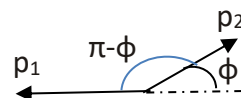
$$\vec{p}_{\text{πριν}} = \vec{p}_{\text{μετά}} \Rightarrow \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_{\text{συσ}} \Rightarrow \sqrt{p_1^2 + p_2^2 + 2p_1p_2\cos(180^\circ - \varphi)} = 2mV \Rightarrow$$

$$m^2u^2 + m^2u^2 + 2m^2u^2(-\cos\varphi) = 4m^2V^2 \Rightarrow u^2(2 - 1,6) = 4V^2 \Rightarrow V = \sqrt{0,1}u$$

Η απώλεια είναι (δεδομένου ότι  $K = \frac{1}{2}mv^2$ ):

$$E_{\text{απ}} = E_{\text{Μ,αρχ}} - E_{\text{Μ,τελ}} = K_{\text{αρχ}} - K_{\text{τελ}} \Rightarrow$$

$$E_{\text{απ}} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}2m \cdot (\sqrt{0,1}u)^2 = \frac{1}{2}mv^2(1+1-0,2) \Rightarrow E_{\text{απ}} = \frac{9}{5}K$$



### B4. Σωστή απάντηση η α.

Για την πλαστική κρούση εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο.

$$\vec{p}_{\text{πριν}} = \vec{p}_{\text{μετά}} \Rightarrow \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_{\text{συσ}} \Rightarrow m_1u - m_2u = (m_1 + m_2)V \Rightarrow m_1u - m_2u = (m_1 + m_2)\frac{u}{2} \Rightarrow$$

$$2m_1 - 2m_2 = m_1 + m_2 \Rightarrow m_1 = 3m_2$$

Ο ζητούμενος λόγος είναι:  $\frac{K_1}{K_2} = \frac{\frac{1}{2}m_1u^2}{\frac{1}{2}m_2u^2} = \frac{m_1}{m_2} = \frac{3m_2}{m_2} \Rightarrow \frac{K_1}{K_2} = 3$ .

## ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Οι αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων πριν την κρούση είναι  $u_1 = 10 \text{ m/s}$ ,  $u_2 = -2 \text{ m/s}$ .

Για τις ταχύτητες των σωμάτων μετά την κρούση ισχύει:

$$v'_1 = \frac{(m_1 - m_2)u_1 + 2m_2u_2}{m_1 + m_2} \Rightarrow v'_1 = \frac{(0,1 - 0,3) \cdot 10 + 2 \cdot 0,3(-2)}{0,1 + 0,3} \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow v'_1 = -8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_2' = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1v_1}{m_1 + m_2} \Rightarrow v_2' = \frac{(0,3 - 0,1) \cdot (-2) + 2 \cdot 0,1 \cdot 10}{0,1 + 0,3} \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow v_2' = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Γ2.

$$\Delta \vec{p}_1 = \vec{p}_1' - \vec{p}_1 \Rightarrow \Delta p_1 = m_1 v_1' - m_1 v_1 \Rightarrow$$

$$\Delta p_1 = [0,1 \text{kg} \cdot (-8 \text{m/s}) - 0,1 \text{kg} \cdot 10 \text{m/s}] \Rightarrow \Delta p_1 = -1,8 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$$

Η ορμή του συστήματος διατηρείται άρα:

$$\Delta \vec{p}_{\text{ολ}} = \vec{0} \Rightarrow \Delta \vec{p}_1 + \Delta \vec{p}_2 = \vec{0} \Rightarrow \Delta \vec{p}_2 = -\Delta \vec{p}_1 \Rightarrow \Delta p_2 = -\Delta p_1 \Rightarrow \Delta p_2 = 1,8 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$$

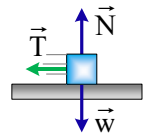
$$\Delta K_1 = K_1' - K_1 = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 - \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \Rightarrow$$

$$\Delta K_1 = \frac{1}{2} \cdot 0,1 \text{kg} \cdot \left(8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 - \frac{1}{2} \cdot 0,1 \text{kg} \cdot \left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 \Rightarrow \Delta K_1 = -1,8 \text{J}$$

Η κινητική ενέργεια του συστήματος διατηρείται άρα:

$$\Delta K_{\text{ολ}} = 0 \Rightarrow \Delta K_1 + \Delta K_2 = 0 \Rightarrow \Delta K_2 = -\Delta K_1 \Rightarrow \Delta K_2 = 1,8 \text{J}$$

Γ3. Τα σώματα μετά την κρούση κινούνται σε αντίθετες κατευθύνσεις και σταματούν και τα δύο εξαιτίας της τριβής. Σε μία τυχαία θέση της διαδρομής οι δυνάμεις φαίνονται στο σχήμα.



$$\text{Έχουμε: } \Sigma \vec{F}_y = \vec{0} \Rightarrow \vec{N} + \vec{w} = \vec{0} \Rightarrow N = w = mg \quad (1)$$

$$\text{Η τριβή έχει μέτρο: } T = \mu N = \mu mg \quad (2).$$

Ο θεμελιώδης νόμος της μηχανικής σε μία τυχαία θέση της τροχιάς ενός σώματος που κινείται προς τα θετικά δίνει:

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{T} = m\vec{a} \Rightarrow -T = ma \Rightarrow -\mu mg = ma \Rightarrow a = -\mu g = -4 \text{ m/s}^2$$

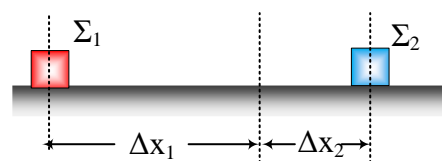
Δηλαδή και τα δύο σώματα εκτελούν ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση ίδιου μέτρου. Άρα, πρώτο θα σταματήσει αυτό που έχει μικρότερη αρχική ταχύτητα, δηλαδή το  $\Sigma_2$ .

Η χρονική συνάρτηση της ταχύτητας του  $\Sigma_2$  είναι:

$$\Sigma_2 : v_{2(t)} = v_2' + at \Rightarrow v_{2(t)} = 4 - 4t \quad (\text{SI})$$

Άρα, ο ολικός χρόνος κίνησης του σώματος  $\Sigma_2$  είναι:

$$0 = 4 - 4t_{2(\text{ολ})} \Rightarrow t_{2(\text{ολ})} = 1\text{s}$$



Από τις εξισώσεις της μετατόπισης για τα σώματα  $\Sigma_1$ ,  $\Sigma_2$  θα βρούμε πόσο έχει μετατοπιστεί το καθένα στο χρονικό διάστημα του 1s

$$\Delta x_1 = v_1' t_{2(\text{ολ})} + \frac{1}{2} a t_{2(\text{ολ})}^2 = \left(-8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \cdot 1\text{s} + \frac{1}{2} \left(+4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) (1\text{s})^2 \Rightarrow \Delta x_1 = -6\text{m}$$

$$\Delta x_2 = v_2' t_{2(\text{ολ})} + \frac{1}{2} a t_{2(\text{ολ})}^2 = \left(4 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \cdot 1\text{s} + \frac{1}{2} \left(-4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) (1\text{s})^2 \Rightarrow \Delta x_2 = 2\text{m}$$

Έτσι, η μεταξύ τους απόσταση την στιγμή  $t_{2(\text{ολ})}$  είναι:

$$d = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| = 8\text{m} \Rightarrow d = 8\text{m}$$

**Γ4.** Επειδή η κρούση είναι ελαστική, η μηχανική ενέργεια διατηρείται καθ' όλη την διάρκεια της κρούσης. Καθώς τα σώματα πλησιάζουν μεταξύ τους, μετά την επαφή αρχίζουν να παραμορφώνονται ελαστικά μέχρι να αποκτήσουν στιγμιαία ίσες ταχύτητες. Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. από την έναρξη της κρούσης μέχρι την στιγμή που έχουμε ίσες ταχύτητες.

$$\vec{p}_{\text{πριν}} = \vec{p}_{\text{μετά}} \Rightarrow \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}'_1 + \vec{p}'_2 \Rightarrow m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 V + m_2 V \Rightarrow V = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} \Rightarrow$$

$$V = \frac{0,1\text{kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 0,3\text{kg} \cdot (-2 \frac{\text{m}}{\text{s}})}{0,1\text{kg} + 0,3\text{kg}} \Rightarrow V = 1 \text{ m/s.}$$

$$K_{\text{αρχ}} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \Rightarrow$$

$$K_{\text{αρχ}} = \frac{1}{2} 0,1\text{kg} \cdot \left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + \frac{1}{2} 0,3\text{kg} \cdot \left(2 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 \Rightarrow K_{\text{αρχ}} = 5,6\text{J}$$

Την στιγμή της μέγιστης παραμόρφωσης έχουμε ελάχιστη κινητική ενέργεια που είναι:

$$K_{\text{min}} = \frac{1}{2} m_1 V^2 + \frac{1}{2} m_2 V^2 = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) V^2 \Rightarrow$$

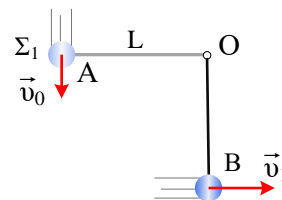
$$K_{\text{min}} = \frac{1}{2} (0,1\text{kg} + 0,3\text{kg}) \cdot (1\text{m/s})^2 \Rightarrow K_{\text{min}} = 0,2\text{J}$$

Άρα,

$$E_{\mu\eta\chi, \alpha\rho\chi} = E_{\mu\eta\chi} \Rightarrow K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\min} + U_{\max} \Rightarrow 5,6 \text{ J} + 0 = 0,2 \text{ J} + U_{\max} \Rightarrow U_{\max} = 5,4 \text{ J}.$$

### ΘΕΜΑ Δ

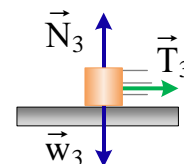
**Δ1.** Εφαρμόζουμε τη διατήρηση της μηχανικής ενέργειας για την κίνηση του σώματος από τη θέση Α στη θέση Β, θεωρώντας ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας αυτό που βρίσκεται στο ίδιο ύψος με το Β.



$$E_{\mu\eta\chi, A} = E_{\mu\eta\chi, B} \Rightarrow K_A + U_A = K_B + U_B \Rightarrow \frac{1}{2} m_1 v_0^2 + m_1 g L = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + 0 \Rightarrow$$

$$v_1 = \sqrt{v_0^2 + 2gL} \Rightarrow v_1 = \sqrt{(10 \text{ m/s})^2 + 2 \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2,2 \text{ m}} \Rightarrow v_1 = 12 \text{ m/s}.$$

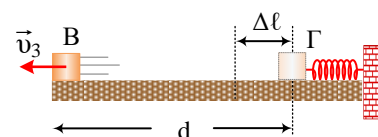
**Δ2.** Σε μία τυχαία θέση της διαδρομής για το  $\Sigma_3$  ισχύει:



$$\Sigma \vec{F}_y = \vec{0} \Rightarrow \vec{N}_3 + \vec{w}_3 = \vec{0} \Rightarrow N_3 = w_3 = m_3 g.$$

Η τριβή έχει μέτρο:  $T_3 = \mu N_3 = \mu m_3 g.$

Εφαρμόζουμε τη διατήρηση της ενέργειας για την κίνηση του σώματος  $\Sigma_3$  από τη θέση Γ ως τη θέση Β.



$$E_\Gamma = E_B \Rightarrow U_{\varepsilon\lambda} = Q_{\text{τριβής}} + K_3 \Rightarrow \frac{1}{2} k \Delta \ell^2 = |W_T| + \frac{1}{2} m_3 v_3^2 \Rightarrow \frac{1}{2} k \Delta \ell^2 = \mu m_3 g d + \frac{1}{2} m_3 v_3^2 \Rightarrow$$

$$v_3 = \sqrt{\frac{k \Delta \ell^2}{m_3} - 2 \mu g d} \Rightarrow v_3 = \sqrt{\frac{(3075 \text{ N/m}) \cdot (0,4 \text{ m})^2}{3 \text{ kg}} - 2 \cdot 0,5 \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2 \text{ m}} \Rightarrow v_3 = 12 \text{ m/s}.$$

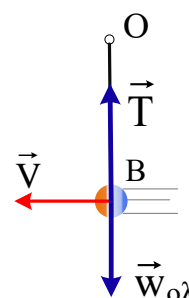
**Δ3.** Για την κρούση επιλέγουμε ως θετική την φορά προς τα αριστερά και έχουμε:

$$\vec{p}_{\text{πριν}} = \vec{p}_{\text{μετά}} \Rightarrow \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 = \vec{p}_{\text{συσ}} \Rightarrow -m_1 v_1 + 0 + m_3 v_3 = (m_1 + m_2 + m_3) V \Rightarrow$$

$$V = \frac{m_3 v_3 - m_1 v_1}{m_1 + m_2 + m_3} \Rightarrow V = \frac{3 \text{ kg} \cdot 12 \text{ m/s} - 1 \text{ kg} \cdot 12 \text{ m/s}}{1 \text{ kg} + 2 \text{ kg} + 3 \text{ kg}} \Rightarrow V = 4 \text{ m/s}.$$

Ελάχιστα πριν κοπεί το νήμα έχουμε:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{F}_\kappa \Rightarrow T_{\theta\rho} - (m_1 + m_2 + m_3)g = \frac{(m_1 + m_2 + m_3) V^2}{L} \Rightarrow$$

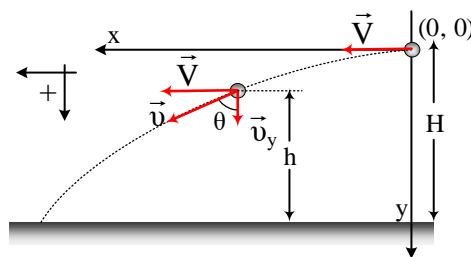


$$T_{\theta\rho} = (m_1 + m_2 + m_3)g + \frac{(m_1 + m_2 + m_3)V^2}{L} \Rightarrow T_{\theta\rho} = 60 \text{ N} + \frac{6\text{kg} \cdot (4\text{m/s})^2}{2,2\text{m}} \text{ N}$$

$$\Rightarrow T_{\theta\rho} = T_{\theta\rho} = \frac{1140}{11} \text{ N}$$

#### Δ4.

Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος οφείλεται μόνο στο έργο του βάρους, οπότε ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος είναι:



$$\frac{dK}{dt} = \frac{dW}{dt} = \frac{(m_1 + m_2 + m_3)g dy}{dt} \Rightarrow \frac{dK}{dt} = (m_1 + m_2 + m_3)g \cdot u_y \quad (1)$$

Πρέπει να υπολογίσουμε την ταχύτητα  $u_y$  όταν το σώμα απέχει κατακόρυφα 15m από το σημείο που συναντά το έδαφος.

Από το χρόνο καθόδου,  $t_{\text{καθ}}=2\text{s}$ , βρίσκουμε το ύψος  $H$  που ξεκινά η οριζόντια βολή.

$$H = \frac{1}{2}gt_{\text{καθ}}^2 \Rightarrow H = \frac{1}{2}10\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (2\text{s})^2 \Rightarrow H = 20\text{m}$$

Άρα, όταν το συσσωμάτωμα απέχει από το έδαφος  $h = 15\text{m}$ , θα έχει διανύσει κατακόρυφα από το σημείο βολής απόσταση,  $y = H - h = 5\text{m}$ .

Από τις εξισώσεις της οριζόντιας βολής βρίσκουμε τη χρονική στιγμή  $t_1$  που το σώμα έχει  $y=5\text{m}$  και μετά την  $u_y$ .

$$y = \frac{1}{2}g\Delta t'^2 \Rightarrow \Delta t' = \sqrt{\frac{2y}{g}} \Rightarrow \Delta t' = \sqrt{\frac{2 \cdot 5\text{m}}{10\text{m/s}^2}} \text{ s} \Rightarrow \Delta t' = 1\text{s}$$

$$u_y = g\Delta t' \Rightarrow u_y = 10 \text{ m/s.}$$

Με αντικατάσταση στη σχέση (1) παίρνουμε:

$$\frac{dK}{dt} = (2\text{kg} + 1\text{kg} + 3\text{kg}) \cdot (10\text{m/s}^2)(10\text{m/s}) \Rightarrow \frac{dK}{dt} = 600 \frac{\text{J}}{\text{s}}$$

Η εκπόνηση του διαγωνίσματος έγινε με τη βοήθεια Εθελοντών Εκπαιδευτικών:

Τα θέματα επιμελήθηκαν οι Μπετσάκος Παναγιώτης και Δουκατζής Βασίλειος, Φυσικοί.

Ο επιστημονικός έλεγχος πραγματοποιήθηκε από τον Παλόγο Αντώνιο, Φυσικό.